

**А.М. Гайфуллин**

*Центральный аэрогидродинамический институт  
им. проф. Н.Е. Жуковского, atgaif@mail.ru*

## **ЭВОЛЮЦИЯ И РАЗРУШЕНИЕ СТРУЙНО-ВИХРЕВОГО СЛЕДА ЗА ПАССАЖИРСКИМ САМОЛЕТОМ**

Задача об эволюции струйно-вихревого следа за пассажирским самолетом формулируется следующим образом: самолет с крылом большого удлинения и двигателями совершает полет на высоте  $h$  со скоростью  $u_\infty$  в турбулентной атмосфере. За ним образуется струйно-вихревой след. Необходимо определить структуру и время жизни следа.

За простотой формулировки задачи скрываются многочисленные физические процессы, которые происходят в следе. Струйно-вихревой след эволюционирует в неоднородной турбулентной атмосфере. Интенсивность и время его жизни в основном зависят от двух факторов — от самолета-генератора следа и состояния турбулентной атмосферы. Чем крупнее самолет, тем интенсивнее след за ним и больше время его жизни. Чем интенсивнее атмосферная турбулентность, тем быстрее затухает циркуляция следа и сокращается время его жизни. Кроме параметров атмосферной турбулентности на эволюцию следа влияют также параметры турбулентности, порожденной самим струйно-вихревым следом. Сильное изменение характеристик следа за самолетом происходит при его взаимодействии с попадающим в него другим самолетом.

Структура ближнего следа зависит от режима полета самолета. На посадочном режиме механизация крыла отклонена, и поэтому формируется многовихревая система. На крей-

серском режиме полета образуется двухвихревая система. Известны экспериментальные и расчетные исследования эволюции многовихревой системы. Вихри в ближнем поле участвуют в двух физических процессах. Первый — слияние одинаково закрученных вихрей. Второй — потеря циркуляции каждого вихря из-за взаимодействия с противоположно закрученным вихрем. В результате этих двух процессов многовихревая система превращается в двухвихревую. Обычно многовихревая система превращается в двухвихревую на расстоянии пяти — десяти размахов за крылом.

На высотах, намного больших расстояния между двумя вихрями, вихри опускаются со временем вниз вместе с воздухом в эллиптической капсуле. Известно, что суммарная циркуляция вихрей уменьшается с течением времени. Это происходит из-за взаимодействия вихрей разного знака. Благодаря турбулентной диффузии имеет место эффект частичной “аннигиляции” завихренности — завихренность противоположного знака проникает через границу вихря. Кроме того, жидкость внутри капсулы можно рассматривать как завихренную. Вне капсулы жидкость незавихрена. Нестационарные турбулентные возмущения выбрасывают часть завихренной жидкости из капсулы. Она подхватывается внешним потоком и уносится вверх. Таким образом, вихри также теряют свою циркуляцию. Диффузия — основной механизм потери циркуляции вихрей. На рис. 1 схематически показано вихревое течение в системе координат, опускающейся вместе с вихрями.

На высотах порядка расстояния между вихрями начинается их сильное взаимодействие с завихренным пограничным слоем земной поверхности. По мере дальнейшего опускания вихрей происходят увеличение завихренности приземного погранично-

го слоя, а затем отрыв пограничного слоя от земной поверхности. В случае слабого ветра отрывные течения образуются под обоими вихрями, а в случае достаточно сильного ветра возможен отрыв только под одним из вихрей. Взаимодействие вихря с отрывным образованием и завихренностью окружающей атмосферы приводит к тому, что он перестает опускаться и, более того, наблюдается возрастание его высоты. Время жизни вихревого следа и его гидродинамические характеристики зависят от профилей ветра и температуры в приземном слое земли, а также от интенсивности турбулентных пульсаций приземного ветра.

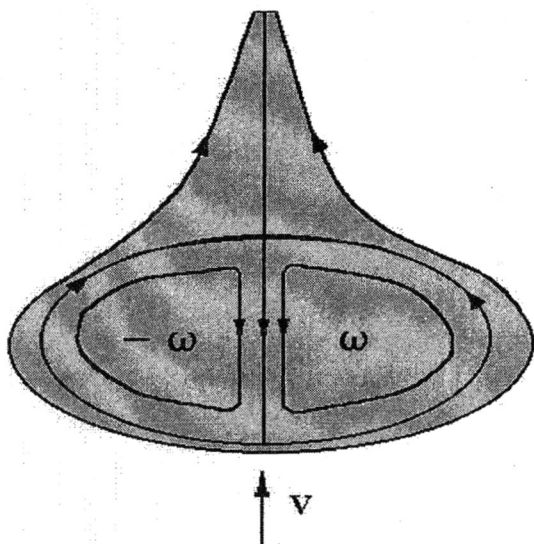


Рис. 1. Схематическое изображение вихревого течения в системе координат, опускающейся вместе с вихрями

На характеристики вихревого следа в основном влияют турбулентная диффузия (скорости, завихренности, температуры и других параметров), а также развитие неустойчивости к возмущениям различной частоты. Первое приводит к росту тур-

булентного ядра и падению максимальной окружной скорости по мере удаления от самолета, последнее — к столкновению двух противоположно закрученных вихревых образований, после чего следует быстрое разрушение интенсивного следа, или к “взрывному” разрушению вихрей.

Интегральные характеристики турбулентности задаются двумя параметрами — среднеквадратичной скоростью пульсаций  $q$  и масштабом турбулентности  $L$ . Пусть  $E(k)dk$  есть кинетическая энергия единицы массы жидкости, заключенная в пульсациях со значениями волнового числа  $k$  в заданном интервале  $dk$ . Для функции  $E(k)$  существуют различные эмпирические распределения по волновым числам. Одним из наиболее распространенных является распределение Кармана

$$E(k) = \frac{55}{27\pi} q^2 L \frac{(\alpha Lk)^4}{(1 + (\alpha Lk)^2)^{17/6}}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — константа, равная 1.339. Малые волновые числа соответствуют крупномасштабным пульсациям. Здесь происходит накопление энергии. Затем в результате каскадного процесса энергия без диссипации передается от крупномасштабных пульсаций к пульсациям меньших масштабов. Это происходит в так называемой инерционной области. Наконец, энергия диссипирует, т. е. превращается в тепловую энергию на вязких масштабах [1].

За развитие длиноволновой (синусоидальной) неустойчивости отвечают турбулентные возмущения с длиной волны  $\lambda$  порядка десяти расстояний  $b$  между вихрями. Искривляясь под действием турбулентных пульсаций, вихри начинают действовать сами на себя. Кроме того, вихрь испытывает воздействие других искривленных вихрей. Чем больше искривление вихрей, тем больше и величины самоиндуцированных скоростей.



Таким образом, искривление вихрей растет со временем. В некоторый момент искривленные вихри сталкиваются, образуя вихревые кольца. Даже при одинаковых интегральных характеристиках турбулентности, таких, как среднеквадратичная скорость турбулентных пульсаций, масштаб турбулентности и спектральная плотность энергии, распределение скорости по длине вихря будет зависеть от конкретного состояния турбулентной атмосферы. Для крупных самолетов  $b \approx 50$  м. Волновое число возмущений  $k = 2\pi/\lambda$ , в наибольшей степени влияющих на развитие синусоидальной неустойчивости, порядка  $0.01 \text{ м}^{-1}$ . Масштаб турбулентности, ответственный за диффузию вихревого следа, порядка расстояния между вихрями. Соответствующее  $k$  порядка  $0.1 \text{ м}^{-1}$ . Таким образом, процессы развития синусоидальной неустойчивости и диффузии разнесены по волновым числам. Это позволяет рассматривать их независимо друг от друга, учитывая лишь параметрическое влияние одного на другой. Оба процесса лежат в инерционном поддиапазоне волновых чисел.

Искривленные вихревые образования порождают неблагоприятные градиенты давления, в результате которых в вихрях возможно возникновение коротковолновой (“взрывной”) неустойчивости. Отметим, что времена жизни следа, связанные с его разрушением в результате развития синусоидальной неустойчивости, сравнимы с временами жизни следов, разрушающихся “взрывным” образом. Однако синусоидальная неустойчивость развивается в течение всего времени жизни следа, а коротковолновые возмущения становятся неустойчивыми только при возникновении неблагоприятных условий и нарастают довольно быстро.

Расчет диффузии струйно-вихревого следа с помощью общепринятых моделей замыкания уравнений Рейнольдса приводит к сильной диффузии в ядрах вихрей [2]. Вместе с тем, существует модель [3], [4], которая специально разрабатывалась для подобного типа задач на основе метода инвариантного моделирования, развитого под руководством Дональдсона в Принстонском университете.

Уравнения для расчета турбулентного течения в струйно-вихревом следе были выведены в работе [3] в предположении, что параметр  $\Lambda$ , входящий в уравнения и отвечающий за характерный размер крупных турбулентных вихрей, постоянен во всем поле течения. Данный параметр называется макромасштабом турбулентного течения. Его значение для вихревого следа приведено в работе [4]:

$$\Lambda = 0.015 b. \quad (2)$$

Попытки применения модели [3], [4] к расчету вихревого следа также привели к сильной диффузии течения в ядрах вихрей. Для устранения этого недостатка откажемся от постоянства  $\Lambda$  во всем поле течения и будем считать его зависящим от характеристик поля продольной завихренности. В таком случае изменится система уравнений для расчета осредненных функций турбулентного течения. В приближении Буссинеска система уравнений, описывающая течение в струйно-вихревом следе в рамках первого приближения нестационарной аналогии, имеет вид

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{1}{4} Lu + \frac{\Lambda q}{4} \Delta u, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\omega}{Dt} = \frac{1}{2}L\omega + \frac{1}{4} \left[ \frac{\partial^2(\Lambda q)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2(\Lambda q)}{\partial z^2} \right] \left( \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \right) - \\ - \frac{\partial^2(\Lambda q)}{\partial y\partial z} \frac{\partial^2\psi}{\partial y\partial z} + \frac{\Lambda q}{4}\Delta\omega - \frac{g}{T_\infty} \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{Dq}{Dt} = 0.3\Lambda \left[ \left( \frac{\partial q}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial q}{\partial z} \right)^2 + q\Delta q \right] + \\ + \frac{\Lambda}{4} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + 4 \left( \frac{\partial^2\psi}{\partial y\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \right)^2 \right] - \\ - \frac{q^2}{8\Lambda} + 0.3\Lambda q - \frac{\Lambda g}{3T_\infty} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (5) \end{aligned}$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{1}{3}LT + \frac{\Lambda q}{3}\Delta T, \quad (6)$$

$$\Delta\psi = -\omega. \quad (7)$$

Здесь  $x, y, z$  — движущаяся вместе с самолетом декартова система координат, причем ось  $x$  направлена вдоль вектора скорости набегающего потока, модуль которого равен  $u_\infty$ , ось  $y$  направлена вверх,  $t$  — время,  $u$  — осевая скорость,  $\psi$  — функция тока поперечного течения,  $\omega$  — продольная компонента завихренности,  $T_\infty$  — потенциальная температура невозмущенной атмосферы в градусах Кельвина,  $T$  — отклонение потенциальной температуры от равновесного состояния,  $g$  — ускорение свободного падения, операторы дифференцирования

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z},$$

$$L = \frac{\partial(\Lambda q)}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial(\Lambda q)}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z},$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Расчет по формулам (3) – (7) корректно проводить, начиная с некоторого сечения  $x = x_*$ , в котором продольная скорость слабо отличается от скорости набегающего потока, а температура — от температуры окружающего воздуха. Согласно нестационарной аналогии, решение системы уравнений для двумерного нестационарного следа, полученное в момент времени  $t$ , эквивалентно решению для трехмерного стационарного следа в сечении  $x = u_\infty t$ .

Приведенная система уравнений не замкнута. Для ее замыкания необходимо определить параметр  $\Lambda$  во всем поле течения. Величина  $\Lambda$  играет роль эффективной турбулентной вязкости. Чем больше  $\Lambda$ , тем быстрее размываются неоднородности в полях завихренности, осевой скорости и температуры. Выше уже было сделано предположение, что  $\Lambda$  зависит от закрутки потока. В ядрах вихрей даже наблюдается реламинаризация потока, т. е. резкое уменьшение турбулентной вязкости, следовательно, и величины  $\Lambda$ . Задача состоит в том, чтобы подобрать значение этой величины в зависимости от распределения завихренности.

В данной работе макромасштаб  $\Lambda$ , который пропорционален масштабу турбулентности, в ядрах вихрей принят пропорциональным расстоянию от центра вихря. Итак, пусть  $\Lambda$  удовлетворяет соотношению (2) вдали от центра вихря и пропорционален радиусу вблизи него. Для проведения численных расчетов построено композитное значение этой величины во всем поле течения. Для этого использовался модельный, близкий к экспериментально наблюдаемому, профиль завихренности в ядре турбулентного вихря  $\omega(r) = \alpha e^{-\beta r^2}$ , где  $r$  — расстояние от центра вихря,  $\alpha$  и  $\beta$  — размерные константы, отвечаю-

щие за размер и интенсивность вихря. Решение для  $\Lambda$  ищется в виде

$$\frac{\Lambda}{\Lambda_0} = \left[ \frac{(\omega_{\max}^2 - \omega^2)^2}{C^4 \Lambda_0^4 (\Delta\omega)^2 \omega_{\max}^2 + (\omega_{\max}^2 - \omega^2)^2} \right]^{1/4}, \quad (8)$$

где величина  $\Lambda_0$  определяется по формуле (2),  $\omega_{\max}$  — максимальное значение завихренности,  $C$  — заранее неизвестная безразмерная константа. Вдали от центров вихрей  $\omega^2 \ll \omega_{\max}^2$ , поэтому  $\Lambda \approx \Lambda_0$ . При  $r \rightarrow 0$  имеем  $\Lambda \rightarrow r/(\sqrt{2}C)$ . Численное значение неизвестной константы определялось из сравнения экспериментальных и расчетных данных:

$$C = 5. \quad (9)$$

Соотношения (8), (9) замыкают систему уравнений для турбулентного течения.

Для начала расчета необходимо задать начальные условия. Поля завихренности, температуры, продольной скорости и интенсивности турбулентных пульсаций задаются из решения задачи в ближнем следе. Кроме того, необходимо поставить граничные условия на внешней границе прямоугольной расчетной области для искомых функций. Вдали от поверхности земли возможны два варианта расчета.

Первый вариант — эволюция вихрей при отсутствии завихренного бокового ветра. В этом случае считается, что вне расчетной области и на ее левой, нижней и правой границах завихренность равна нулю. На этих же границах температура равна температуре окружающего воздуха, а продольная скорость — скорости набегающего потока. На верхней границе ставятся следующие граничные условия:  $\partial\omega/\partial y = 0$ ,  $\partial T/\partial y = 0$  и  $\partial q/\partial y = 0$ .

Второй вариант — эволюция вихрей при наличии завихренного бокового ветра. Будем считать, что ветер дует слева направо. Рассматривается ветер только постоянной завихренности. В этом случае считается, что вне расчетной области и на ее левой и нижней границах завихренность равна завихренности ветрового сдвигового слоя. На этих же границах температура равна температуре окружающего воздуха, а продольная скорость — скорости набегающего потока. На правой границе ставятся граничные условия:  $\partial\omega/\partial z = 0$ ,  $\partial u/\partial z = 0$ ,  $\partial T/\partial z = 0$  и  $\partial q/\partial z = 0$ , а на верхней границе — заданные  $\partial\omega/\partial y$ ,  $\partial u/\partial y$ ,  $\partial T/\partial y$  и  $\partial q/\partial y$ , соответствующие невозмущенному потоку.

Особо остановимся на граничных условиях для функции  $q$ . На левой, нижней и правой границах расчетной области в первом варианте и на левой и нижней границах расчетной области во втором варианте для функции  $q$  необходимо задать не ее характерное значение  $q_L$ , являющееся основным параметром, характеризующим интенсивность турбулентных возмущений, соответствующих масштабу  $L$ , а значение  $q_{\Lambda_0}$ , соответствующее интенсивности турбулентных пульсаций с масштабом  $\Lambda_0$ . Согласно [1],

$$\frac{q_{\Lambda_0}}{q_L} = \left( \frac{\Lambda_0}{L} \right)^{1/3}.$$

Граничное условие для функции тока определяется из соотношения

$$\psi(y, z) = -\frac{1}{4\pi} \int \omega(y', z') \ln((y - y')^2 + (z - z')^2) dS(y', z'),$$

где  $dS$  — элемент площади поперечного сечения.

На основе вышеприведенных уравнений и подходов был создан комплекс программ JVWAKE расчета эволюции струйно-вихревого следа. Уравнения для определения характеристик

неустойчивости следа в турбулентной атмосфере были выведены в работе автора [5]. Время жизни следа в программе рассчитывается по этим уравнениям.

Запись конечно-разностных уравнений осуществлялась с помощью неявной схемы метода чередующихся направлений второго порядка точности. Для верификации уравнений и программы расчета были проведены многочисленные сравнения расчетных и экспериментальных данных. Ниже приводятся некоторые из них.

Даже при одинаковых интегральных характеристиках турбулентной атмосферы ее локальные характеристики вдоль длины вихревого следа будут различными. В связи с этим существует две возможности расчета эволюции вихревого следа в турбулентной атмосфере. Первая связана с моделированием характеристик следа, помещенного в возмущенное наперед заданное состояние турбулентной атмосферы. Проведя множество таких расчетов при одинаковых интегральных характеристиках турбулентности, но при различных ее локальных характеристиках, можно получить средние характеристики следа и отклонения характеристик следа от среднего состояния. Вторая возможность связана с непосредственным расчетом средних характеристик следа. Пакет программ JWAKE построен на этой основе. При обоих подходах расчет может существенно отличаться от экспериментальных данных, так как последние могут также сильно отличаться от средних значений. Этот факт наглядно демонстрируют данные работы [6], в которой турбулентное течение рассчитывалось с помощью LES (Large Eddy Simulation). В ней было произведено два расчета характеристик следа за самолетом B757. В первом — скорость диссипации турбулентной энергии отличалась от экспериментально

измеренной в 4.6 раза, а во втором — в 31.8 раза. При этом характеристики падения средней циркуляции по времени оказались ближе к экспериментальным во втором случае.

В работе [7] приведены результаты измерений профиля скорости в следе за самолетом A321, летящим на большой высоте. Влиянием земли в этом случае можно пренебречь. На рис. 2 и 3 представлены измеренные и рассчитанные с помощью комплекса программ JWAKE профили вертикальной скорости вдоль линии, проходящей через центры вихрей. В качестве начальных данных использовались результаты, рассчитанные с помощью панельной программы. Скорость набегающего потока составляла 60 м/с. В летном эксперименте измерения проводились через  $t = 3, 9$  и  $9.5$  с после пролета самолета.

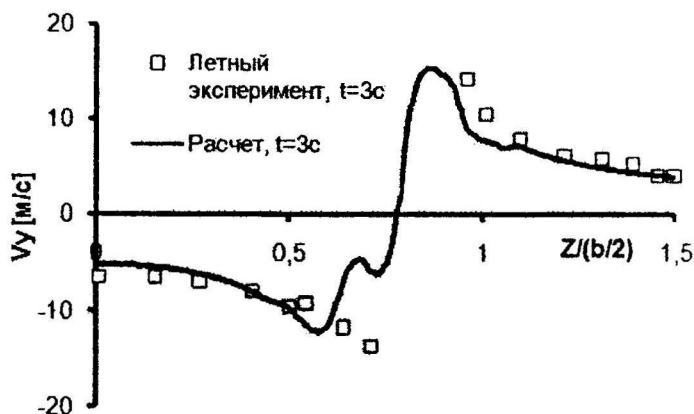


Рис. 2. Сравнение экспериментальных и расчетных данных в следе за самолетом A321 через 3 секунды после пролета самолета

Точность расчета по программе JWAKE проверялась с помощью расчетов на разных сетках. Размер ячейки отличался в четыре раза. При этом шаг по времени также отличался



в четыре раза. Сравним результаты расчета с экспериментальными данными, приведенными в работе [8], в которой исследовалось обтекания модели самолета А330 в промышленной аэродинамической трубе. Модель была уменьшена в 22.5 раза по отношению к самолету. Это позволило определять характеристики следа на удалении до 12 размахов крыла вниз по потоку. Исследовались две модели. Первая имела горизонтальное оперение. При этом работа двигателя моделировалась посредством выдува струи из мотогондолы. Вторая модель не имела горизонтального оперения, и работа двигателя не моделировалась. Экспериментально измеренные поля завихренности приведены на рис. 4 для первой модели и на рис. 5 для второй модели в левых колонках. Рис. 4, а соответствует 2.5 размахам крыла вниз по потоку, рис. 4, б — 4 размахам, рис. 4, с — 6 размахам. Рис. 5, а соответствует 1.94 размахам, рис. 5, б — 2.5 размахам, рис. 5, с — 4 размахам.

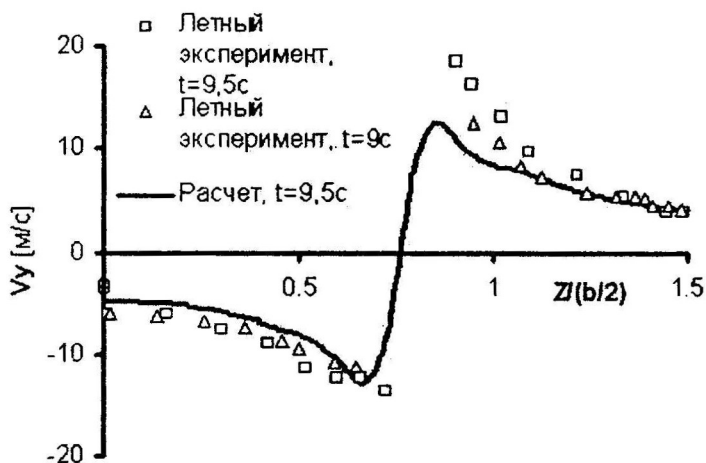


Рис. 3. Сравнение экспериментальных и расчетных данных в следе за самолетом А321 через 9 и 9.5 секунд после пролета самолета

При расчете в качестве начальных данных использовались экспериментально измеренные данные в сечениях  $x = 4.968$  м в случае модели A330 с горизонтальным оперением и  $x = 2.58$  м в случае модели A330 без горизонтального оперения. Результаты численного расчета представлены на рис. 4 и 5 во второй (мелкая расчетная сетка) и третьей (крупная расчетная сетка) колонках.

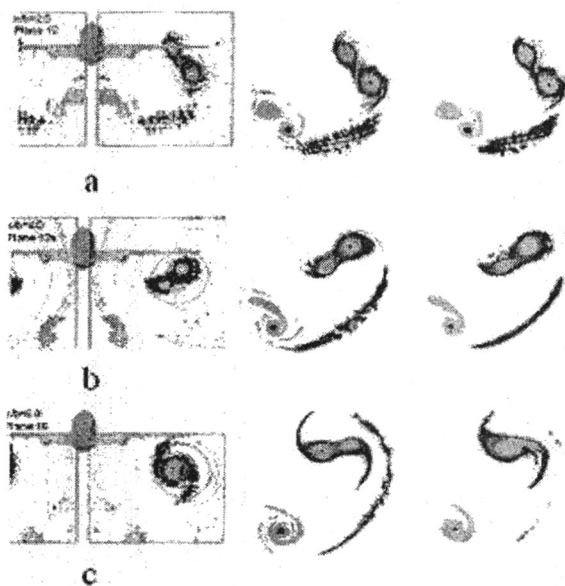


Рис. 4. Экспериментальные (левая колонка) и расчетные (две следующие колонки) поля завихренности в различных сечениях вихревого следа за моделью самолета A330, первая модель

На рис. 6 приведена зависимость времени жизни следа  $t_{\text{link}}$  для самолета B757 в посадочной конфигурации от среднеквадратичной скорости турбулентных пульсаций  $q$ , полученная с помощью данного метода (маркеры) и эмпирических зависимо-

стей (сплошная линия). Близость расчетных кривых к эмпирическим указывает на близость их и к экспериментальным данным.

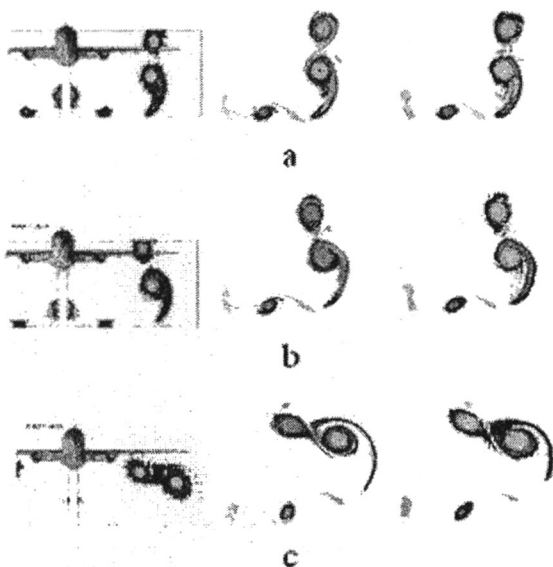


Рис. 5. Экспериментальные (левая колонка) и расчетные (две следующие колонки) поля завихренности в различных сечениях вихревого следа за моделью самолета A330, вторая модель

Как видно из рис. 2 – 6, данные, полученные с помощью численных расчетов, позволяют надеяться, что пакет программ JWAKE будет достаточно надежно описывать характеристики струйно-вихревого следа.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 10-08-00375 и 10-01-00516) и ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” (госконтракт 02.740.11.0154).

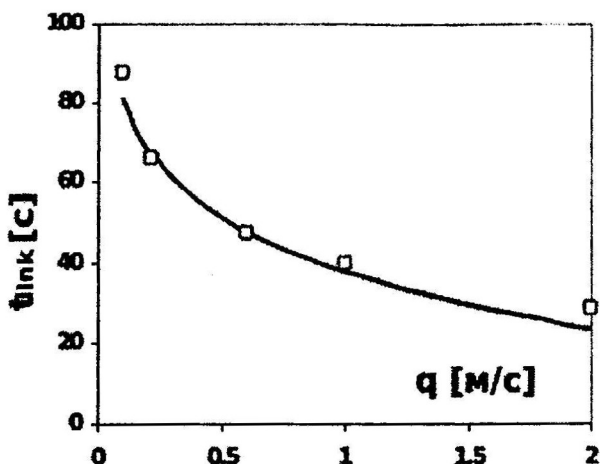


Рис. 6. Зависимость времени жизни следа для самолета В757 от среднеквадратичной скорости турбулентных пульсаций

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика.* – М.: Наука, 1986. – 736 с.
2. Пакин А.Н. *К вопросу о выборе дифференциальных моделей турбулентности при расчете двумерных вихревых течений газа* // Труды ЦАГИ. – 1996. – Вып. 2622. – С. 90-99.
3. Quackenbush T.R., Teske M.E., Bilanin A.J. *Dynamics of exhaust plume entrainment in aircraft vortex wakes* // AIAA Paper 96-0747. – 1996. – 16 p.
4. Hecht A.M., Hirsh J., Bilanin A.J. *Turbulent line vortices in stratified fluids* // AIAA Paper 80-0009. – 1980. – 21 p.
5. Гайфуллин А.М. *Уравнения нарастания возмущений в следе за самолетом* // Изв. АН МЖГ. – 2001. – № 3. – С. 122-132.

6. Shen S., Ding F., Han J., Lin Y.L., Arya S.P., Proctor F.H. *Numerical modeling studies of wake vortices: real case simulations* // AIAA Paper 99-0755. – 1999. – 16 p.

7. Harris M., Vaughan J.M., Huenecke K., Huenecke C. *Aircraft wake vortices: a comparison of wake-tunnel data with field trial measurements by laser radar* // Aerosp. Sci. Technol. – 2000. – No 4. – P. 363-370.

8. Huenecke K. *Wake vortex investigation of transport aircraft at high-lift* // Euromech Colloquium 433. – Aachen, Germany, 2002.

**М. Ю. Гарнышев, А. Б. Мазо**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
Marat.Garnyshev@ksu.ru, Alexander.Mazo@ksu.ru*

## **МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ПЛАСТАХ С ПРОНИЦАЕМОЙ ПОДОШВОЙ**

### **Введение**

Современные методы моделирования разработки нефтяных месторождений основаны на численном решении полных трехмерных уравнений подземной гидромеханики [1]. Такой подход требует больших затрат вычислительных ресурсов. Поэтому проблема построения упрощенных математических моделей сохраняет актуальность. В настоящей статье предлагается упрощенная плоская модель, учитывающая вертикальные потоки, обусловленные фильтрацией воды сквозь слабопроницаемую подошву.